



Des fils obliques pour une modélisation conforme et sans maillage des câbles dans la méthode FDTD. Bilan et extensions

Christophe Guiffaut, Alain Reineix

► To cite this version:

Christophe Guiffaut, Alain Reineix. Des fils obliques pour une modélisation conforme et sans maillage des câbles dans la méthode FDTD. Bilan et extensions. 17ème Colloque International et Exposition sur la Compatibilité Electromagnétique - CEM 2014, Jun 2014, Clermont-Ferrand, France. hal-01084879

HAL Id: hal-01084879

<https://hal.science/hal-01084879>

Submitted on 20 Nov 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DES FILS OBLIQUES POUR UNE MODELISATION CONFORME ET SANS MAILLAGE DES CABLES DANS LA METHODE FDTD. BILAN ET EXTENSIONS

C. Guiffaut¹ et A. Reineix¹

¹ Institut XLIM – UMR 7252 CNRS – Université de Limoges, christophe.guiffaut@xlim.fr

Résumé. Le formalisme des fils obliques au sein de la méthode FDTD est maintenant appliqué dans différentes situations de calcul des interactions ondes – structures impliquant les bâtiments, le transport et les structures enterrées. Nous faisons le point dans un premier temps sur la diversité des modèles développés avec ce formalisme. Ensuite nous revenons sur un principe clé qui est la continuité de la trace du courant dans la grille FDTD pour en présenter quelques aspects et introduire de nouvelles perspectives pour l’extension dans des grilles FDTD non uniforme.

I. INTRODUCTION

Une part importante des études CEM porte sur les interactions ondes-structures dans les bâtiments, les transports et les équipements de toutes sortes ainsi que dans les matériaux biologiques nécessitant la prise en compte des structures à la fois surfacique, volumique, du câblage et des circuits.

La simulation électromagnétique 3D est devenue de plus en plus incontournable dans ces études en particulier pour traiter efficacement des structures présentant une grande diversité de formes et de fonctions. Depuis quelques années les logiciels commerciaux se sont largement imposés dans les laboratoires de R&D privé ou publique et nous pouvons constater un transfert du savoir faire sur les techniques numériques vers les PME qui commercialisent les logiciels de simulation. Concernant la méthode FDTD, de nombreuses études sont encore menées portant sur de nouveaux modèles (câbles [1], matériaux de nouvelles générations) mais aussi sur des schémas numériques récents, visant à s’affranchir des erreurs de dispersion numérique (FDTD non-standard [2]), à éviter le maillage en marche d’escalier (FDTD conforme [3]), à monter en ordre (FDTD d’ordre élevé [4]), à dépasser la contrainte CFL (FDTD semi-implicite [5])...

Par ailleurs, cette méthode est capable de traiter efficacement des structures à la fois surfacique (pas de maillage de l’épaisseur) et volumique avec des matériaux pouvant présenter des dépendances en fréquence sur les paramètres constitutifs que sont la permittivité et la perméabilité complexes. En outre, des moyens de modélisations multi-échelles ont été mis en avant ces dernières années avec des traitements conjoints ou séquentiel de grilles multiples non-conforme et des techniques numériques assez diversifiées pour contourner

les problèmes de stabilité inhérents aux maillages non-conforme dans la méthode FDTD.

Depuis quelques années, nous avons montré qu’il était possible de modéliser une CAO de câbles sans maillage de leurs sections dans la méthode FDTD [1]. Nous proposons dans un premier temps un bilan de nos travaux récents portant sur les modèles de câbles car ces derniers jouent un rôle essentiel dans les problématiques CEM en conduisant les perturbations E.M. vers les équipements. Ensuite, nous allons revenir sur le principe de la continuité de la trace du courant dans la grille FDTD qui est un élément incontournable pour la consistance du schéma sans quoi les câbles ne pourraient circuler librement dans la grille et le formalisme des fils obliques serait inepte. De ce couplage fil – grille, nous allons mettre en évidence de nouvelles perspectives d’évolutions du formalisme pour les grilles non-uniformes.

II. MODELES DE CABLES

Le formalisme des fils obliques traite le modèle de câble nu dans la méthode FDTD tout en apportant une souplesse inégalée pour la circulation du câble dans la grille FDTD. De cette base, d’autres modèles de câble peuvent être mis au point, des circuits peuvent être inclus et des pertes électriques peuvent aussi être prises en compte. Le point commun à ses évolutions est son indépendance vis à vis de la problématique du couplage fil – grille 3D. En d’autres termes, les différents modèles s’appliquent indifféremment sur un fil le long d’une arête de grille que sur un fil oblique. Les modèles de câble que nous avons développés (figures 1, 2) sont : le câble gainé, les câbles blindés et le toron de câbles (faisceau non blindé de câbles), le via (fil très court pour des repiquages à la masse par exemple). A cela s’ajoute la prise en compte des pertes électriques, la modélisation d’impédance dépendante de la fréquence. La diversité des formalismes associés aux modèles ne permet pas une formulation générale aisée ou du moins celle-ci risquerait d’impliquer une résolution plus lourde. Néanmoins, le système suivant permet déjà de considérer un certain nombre de modèles :

$$\Delta r \left(L_{l,k} \frac{\partial I_k}{\partial t} + R_{l,k} I_k + Z_{l,ep} \otimes I_k \right) + R_0 I_k + Z_\omega \otimes I_k \quad (1-a)$$

$$= \Delta r E_k - V_{exc} + (V_{g,k+1} - V_{g,k} + V_{e,k+1} - V_{e,k})$$

$$C_{e,k} \left(\frac{\partial V_{e,k}}{\partial t} + \frac{\sigma_e}{\varepsilon_e} V_{e,k} \right) = -(I_{k+} - I_{k-}) \quad (1-c)$$

(1-a) est définie pour un segment de fil k de longueur Δr d'un fil tourné dans une direction r quelconque de l'espace. Le modèle circuit équivalent est représenté sur la figure 3. L_1 est l'inductance linéique de cellule du fil nu, R_1 est une résistance linéique représentant les pertes câbles basses fréquences. $Z_{l,ep}$ est une impédance linéique qui prend en compte l'effet de peau du conducteur interne. Sa dépendance en fréquence implique un produit de convolution en temporel qui est résolu efficacement par l'introduction d'un modèle de décomposition en filtre d'ordre 1 qui permet de constituer un système supplémentaire d'équation différentiel ordinaire (EDO).

R_0 est une résistance supplémentaire sur le segment, Z_{w_0} est une charge quelconque dépendant de la fréquence qui comme $Z_{l,ep}$ peut être décomposée en une série de filtre d'ordre 1 ou 2 constituant dans le domaine temporel un système supplémentaire de type EDO. E_k est le champ électrique tangentiel au segment de fil obtenu à partir d'une pondération des composantes de champ électrique résolues par la méthode FDTD. V_{exc} représente un générateur de tension, V_g est la tension associée à la gaine du câble et V_e est associée au milieu externe. Les capacitances C_g et C_e sont déduite de l'inductance de cellule et de gaine [7]. Le milieu de la cellule est modélisé par la permittivité ϵ_c et σ_c .

La gaine autour du fil va introduire un léger décalage en fréquence vers le bas des résonances. Ensuite, il joue un rôle d'isolant (au sens conduction) pour les câbles enterrés. Dans cette dernière situation, la gaine doit absolument être prise en compte car la réponse du câble avec gaine est radicalement différente d'un câble nu, la gaine empêchant les charges à la périphérie du câble de s'évacuer dans le sol.

Le blindage du câble blindé est traité par (1). Ainsi il peut hériter de toutes les fonctionnalités du câble avec gaine. Les câbles internes seront traités par la méthode MTL (Multiconductor Transmission Line). La résolution interne au câble blindée est indépendante sauf si l'impédance de transfert (figure 2) est bilatérale. Enfin le toron de câbles implique aussi un système de câbles couplés comme dans la méthode MTL où chaque câble est aussi couplé avec la grille FDTD selon la méthode donnée en [8].

Le traitement des jonctions entre ces différents modèles est une étape importante pour leurs utilisations dans des situations non triviales. Pour établir ces jonctions, des schémas équivalents circuit ont été mis au point. Ils permettent de connecter proprement ces différents modèles de manière systématique et indépendamment de la position du câble dans la grille FDTD. Concrètement, à partir du schéma équivalent circuit de la jonction, un petit système matriciel est construit constitué de variable

d'état. Un exemple d'un schéma circuit de jonction entre un câble nu et un câble coaxial est représenté sur la figure 4.

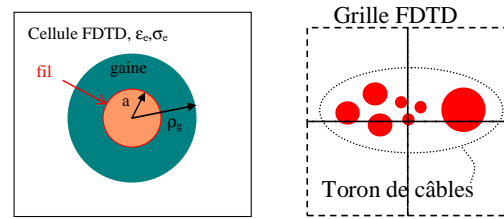


Fig. 1 : Câble gainé et toron de câbles.

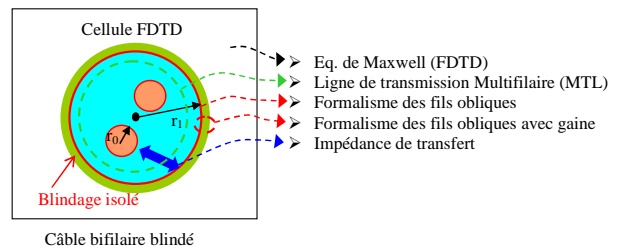


Fig. 2 : Câbles blindés.

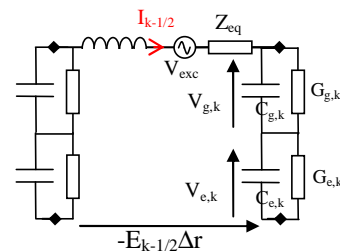


Fig. 3 : Schéma équivalent d'un fil gainé plongés dans un milieu à pertes. Pertes électrique,, charge et $Z(\omega)$ sont incluses dans Z_{eq}

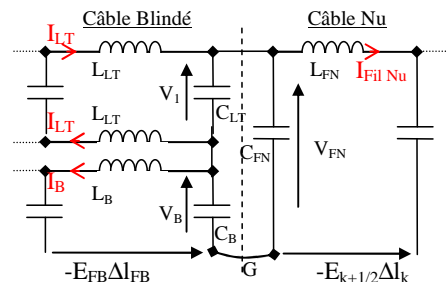


Fig. 4 : Schéma électrique d'une connexion entre un câble blindé et un câble nu (sans perte et sans gaine)

Par extension, ces schémas permettent d'envisager un couplage direct entre une technique temporelle basée sur la méthode MTL (Multiconductor Transmission Line) et le formalisme des fils obliques. Cette perspective d'hybridation est envisagée pour deux situations : les câbles blindés complexes et les torons de câbles où ils restent à établir une approche originale qui traiterait le mode commun d'un côté (couplage câble – grille) et les modes différentiels par la méthode MTL.

III. EXTENSION DU COUPLAGE FIL – GRILLE

III.1. Principe

Considérons un fil orienté dans une direction r quelconque de l'espace. On définit la trace du courant laissée sur une arête de la grille par un courant de segment k d'un fil donné traversant une cellule m par :

$$I_{u,j,m} = \Delta v \Delta w J_{u,j,m} = r_u p_{u,j,k,m} \frac{\delta l_{k,m}}{\Delta u} I_k \quad (2)$$

$$r_u = \vec{r} \cdot \vec{u}, \quad u = x, y, z \quad j = [1, \dots, 4]$$

Une cellule parallélépipédique est constituée de 12 arêtes identifiées par le couple (u,j) . j désigne ainsi une des quatre arêtes de la cellule m orientée suivant la direction cartésienne u . Le coefficient de projection r_u est le cosinus directeur pour la direction u . Le courant $I_{u,j,m}$ est appelé trace du courant du segment k du fil sur l'arête (u,j) de la cellule m . Un segment peut chevaucher plusieurs cellules aussi $\delta l_{k,m}$ représente la longueur du segment k contenue dans la cellule m . Δu est le pas de la cellule suivant la direction u . Le coefficient de pondération $p_{u,j,k,m}$ résulte d'une distribution bilinéaire classique si le fil est contenu dans un plan cartésien sinon d'une distribution bilinéaire mixte qui sera définie plus tard. Si plusieurs segments du même fil sont contenus dans la cellule m , alors on écrira que la trace du courant résultante est :

$$I_{u,j,m} = \Delta v \Delta w J_{u,j,m} = r_u \sum_{k,k \cap m} p_{u,j,k,m} \frac{\delta l_{k,m}}{\Delta u} I_k \quad (3)$$

Enfin si le fil change de direction, on aura la même relation en considérant que k désigne indifféremment des segments continus d'un fil non droit qui appartiennent à la cellule m . De la relation (3), on définit le coefficient de pondération en courant pour une arête de cellule :

$$P_{c,u,j,m} = r_u \sum_{k,k \cap m} p_{u,j,k,m} \frac{\delta l_{k,m}}{\Delta u} \quad (4)$$

Réciproquement, les mêmes pondérations sont utilisées pour le calcul de l'inductance de cellule et le calcul du champ électrique équivalent tangentiel au fil [1].

Principe de continuité de la trace du courant (CTC) : la somme des pondérations en courant appartenant aux six arêtes touchant un nœud de cellule m doit être nulle. Les pondérations en courant seront définies à partir des courants tous entrant ou sortant du nœud. Cette règle est déduite de la loi des nœuds en supposant un courant uniforme le long du fil. Concrètement, suivant les orientations des courants de la figure, l'équation de ce principe peut être exprimée comme suit pour un nœud de cellule numéroté n :

$$\sum_{u=x,y,z} P_{c,u+,n} - P_{c,u-,n} = 0 \quad (5)$$

Dès lors, le choix du type de pondération est conditionné au principe de continuité de la trace du courant.

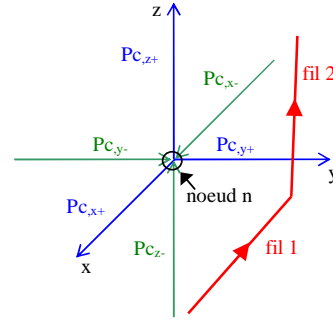


Fig. 5. Câbles circulant à proximité d'un sommet de la grille FDTD.

III.2. Fil incliné dans un plan cartésien

Considérons un fil incliné dans une grille non uniforme. La droite portant le fil est contenue dans un plan cartésien xoy . La direction z est donc invariante pour notre problème. La figure 6 décrit cette première situation. Les pondérations bilinéaires seront toutes exprimées avec un minimum de paramètres en l'occurrence $\delta_{x,0}$, les pas spatiaux et l'inclinaison du fil défini par :

$$r = r_x \vec{x} + r_y \vec{y} + r_z \vec{z} \quad (6)$$

Propriété : les pondérations bilinéaires de type barycentrique ou aux nœuds sont équivalentes et sont égales à l'intégration moyenne d'une pondération bilinéaire le long de la portion du fil intersectant la cellule m . En d'autres termes, cette pondération serait indépendante de la segmentation du fil à l'intérieur d'une cellule m .

Sur la base de l'exemple de la figure 6, nous avons :

$$p_{y,1,1}^m = \frac{r_y}{\Delta y_1} \int_0^{N_1 N_2} p_{y,1,1}(r) dr = \frac{r_y}{\Delta y_1} \int_0^{N_1 N_2} \frac{(\Delta x_2 - \delta x_0 - \rho r_x)}{\Delta x_2} d\rho \quad (7)$$

$$= \left[1 - \frac{1}{\Delta x_2} \left(\delta x_0 + \frac{\Delta y_1}{2} \frac{r_x}{r_y} \right) \right] = p_{y,1,1}^b = p_{y,1,1}^n$$

Avec $p_{y,1,1}^m$, $p_{y,1,1}^b$ et $p_{y,1,1}^n$ les pondérations bilinéaires de type intégration continue, barycentrique et nodale respectivement. $\Delta y_1 / r_y$ représente la longueur $N_1 N_2$. On aura de même :

$$p_{y,2,1}^m = \frac{r_y}{\Delta y_1} \int_0^{N_1 N_2} p_{y,2,1}(r) dr \quad (8)$$

$$= \left[\frac{1}{\Delta x_2} \left(\delta x_0 + \frac{\Delta y_1}{2} \frac{r_x}{r_y} \right) \right] = p_{y,1,1}^b = p_{y,1,1}^n$$

Maintenant, si nous écrivons le principe de CTC sur les deux sommets entre la cellule 1 et 2, les relations suivantes doivent être vérifiées :

$$P_{c,y,1,1} - P_{c,y,1,2} - (P_{c,x,2,1} + P_{c,x,1,2}) = 0 \quad (9-a)$$

$$p_{c,y,2,1} - p_{c,y,2,2} + (p_{c,x,2,1} + p_{c,x,1,2}) = 0 \quad (9-b)$$

Ce qui se traduit par :

$$r_y \frac{\delta l_1}{\Delta y_1} p_{y,1,1} - r_y \frac{\delta l_2}{\Delta y_2} p_{y,1,2} - r_x \left(\frac{\delta l_1}{\Delta x_2} p_{x,2,1} + \frac{\delta l_2}{\Delta x_2} p_{x,1,2} \right) = 0 \quad (10-a)$$

$$r_y \frac{\delta l_1}{\Delta y_1} p_{y,2,1} - r_y \frac{\delta l_2}{\Delta y_2} p_{y,2,2} + r_x \left(\frac{\delta l_1}{\Delta x_1} p_{x,2,1} + \frac{\delta l_2}{\Delta x_2} p_{x,1,2} \right) = 0 \quad (10-b)$$

Avec δl_1 et δl_2 les longueurs des fils au sein des cellules 1 et 2 :

$$\delta l_1 = \frac{\Delta y_1}{r_y} \quad \text{et} \quad \delta l_2 = \frac{\Delta y_2}{r_y}.$$

En substituant les pondérations en courant par les relations impliquant les pondérations bilinéaires tel que (7) et (8), nous montrons rapidement que (9) est vrai et donc que le formalisme des fils obliques est extensible à un maillage non uniforme.

Ensuite, la CTC a été vérifiée avec succès sur une situation générale d'un fil oblique dans un plan cartésien couvrant les caractéristiques suivantes (figure 7) : fil oblique passant par deux arêtes adjacentes d'une cellule, fil oblique passant par deux arêtes opposées d'une cellule, obliquité négative et positive, jonction dans une cellule entre deux fils obliques (fil non droit).

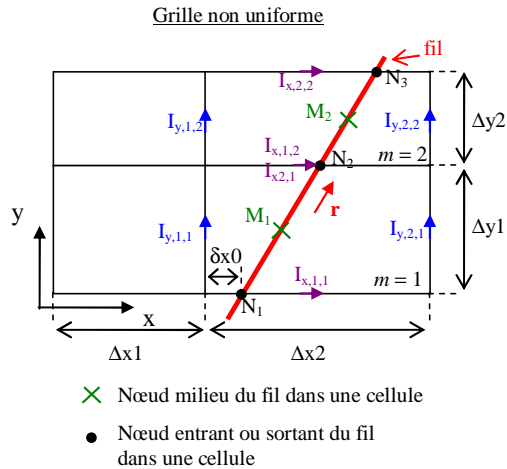


Figure 6 : Fil rectiligne incliné sur une grille non uniforme

Les équations suivantes définissent la CTC sur les sommets S_0 , S_1 et S_2 et sont la base du développement algébrique pour la démonstration qui peut être menée raisonnablement « à la main » :

$$p_{c,x,1,5} + p_{c,y,1,5} = 0 \quad (12-a)$$

$$p_{c,x,1,5} - p_{c,y,2,5} - p_{c,y,1,4} - p_{c,x,1,4} + p_{c,y,1,0} - p_{c,x,2,0} = 0 \quad (12-b)$$

$$p_{c,y,2,0} + p_{c,y,1,1} + p_{c,x,1,4} + p_{c,x,2,0} \quad (12-b)$$

$$-p_{c,y,2,4} - p_{c,y,1,2} - p_{c,x,1,2} - p_{c,x,2,1} = 0$$

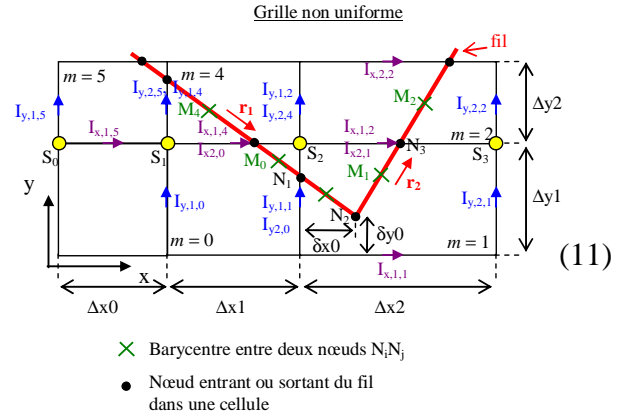


Figure 7 : Fil non droit incliné sur une grille non uniforme

III.3. Nouvelle formulation générale sur une grille uniforme et non uniforme

Au début de l'étude sur le formalisme des fils obliques (2007), on a utilisé des pondérations bilinéaires barycentriques. On cherchait toutefois à maîtriser la CTC dans la grille avec une loi simple de couplage. Cependant, le cas du dipôle orienté suivant la diagonale d'une grille composée de cellules cubiques s'est révélé être vraiment pathologique et remettait en question les résultats établis dans la section précédente.

Dans un premier temps nous rappelons le principe général de la pondération bilinéaire mixte tel qu'il avait été défini à ses débuts. Ensuite, nous proposons une formulation symétrique de celle-ci. Enfin, nous établissons le lien avec une intégration continue des pondérations le long du fil et nous terminons sur la situation générale d'un fil incliné de manière quelconque dans une grille non uniforme.

a - Pondération bilinéaire mixte

On définit une direction cartésienne principale par

$$\text{si } \max \left(\frac{dr_x}{\Delta x}, \frac{dr_y}{\Delta y}, \frac{dr_z}{\Delta z} \right) = \frac{dr_u}{\Delta u} \quad (13)$$

alors *Dir Principale* = u

Le ratio avec le pas de cellule permet de définir la diagonale de la cellule parallélépipédique comme le cas d'équilibre dans le critère entre les trois directions cartésiennes. Ensuite, suivant cette direction u_{princ} , les coefficients de pondération $p_{\text{up},j,k,m}$ sont calculés à partir des nœuds N_1 et N_2 (figure 8) d'un segment quelconque de fil au lieu du point barycentre M_{12} pour les deux autres directions soit :

$$\begin{aligned}
P_{u,1}^n = & \left(1 - \frac{\delta_{v,0}}{\Delta v}\right) \left(1 - \frac{\delta_{w,0}}{\Delta w}\right) + \frac{\delta_{l,0}^2 r_v r_w}{2 \Delta v \Delta w} \\
& - \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{\delta_{v,0}}{\Delta v}\right) \frac{\delta_{l,0} r_w}{\Delta w} + \left(1 - \frac{\delta_{w,0}}{\Delta w}\right) \frac{\delta_{l,0} r_v}{\Delta v} \right]
\end{aligned} \quad (20\text{-c})$$

On déduit alors que :

$$p_{u,1}^m = \frac{1}{3} \left(p_{u,1}^n + 2p_{u,1}^b \right) \quad (21)$$

La même démonstration peut être menée sur les arêtes 2,3 et 4 suivant u d'où :

$$p_{u,j}^m = \frac{1}{3} \left(p_{u,j}^n + 2p_{u,j}^b \right), \quad j = 1 \dots 4 \quad (22)$$

Nous démontrons ainsi le lien entre les différents types de pondération bilinéaire. L'expression de référence du coefficient de pondération en courant, reposant sur des pondérations bilinéaires, peut donc être formulée comme suit :

$$P_{c,u,j,m} = \frac{1}{3} r_u \sum_{k,k \cap m} \left(p_{u,j,k,m}^n + 2p_{u,j,k,m}^b \right) \frac{\delta l_{k,m}}{\Delta u} \quad (23)$$

On l'appellera la pondération bilinéaire en courant intégrale. Ensuite nous pouvons montrer que cette pondération bilinéaire (idem pour les pondérations bilinéaires mixtes) vérifie bien la CTC sur un maillage non uniforme en utilisant un logiciel de calcul formel. Nous avons évalué aussi la CTC sur une structure en pelote constituée de 630 bouts de fil. Toutes les directions de l'espace sont finement balayées. Sur chaque nœud (ou sommet) de cellule traversée par un fil, la CTC est calculée numériquement par notre solveur FDTD. Le calcul est fait en double précision soit 14 chiffres de précision ou une dynamique potentielle de 280 dB. Comme on part avec des coefficients de pondération souvent compris entre 0.1 et 1, les niveaux maximaux sont attendus autour de -280 dB. Les conclusions sont similaires pour les différentes pondérations bilinéaires mixtes avec un maximum identique pour chacune à -281 dB (figure 9) soit la limite de précision machine.

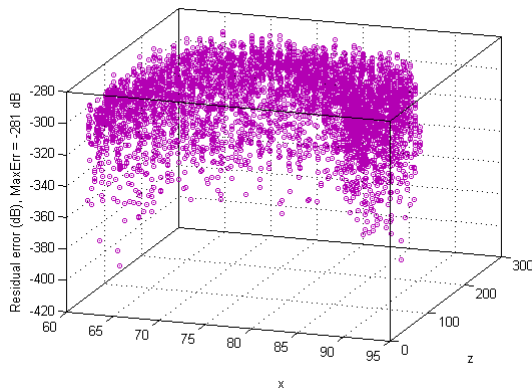


Figure 9 : Pondération bilinéaire intégrale. Erreur absolue résiduel en dB résultant du calcul de la sommation des pondérations en courant sur les nœuds des cellules traversées par au moins un bout de fil. Total de 4700 nœuds. La position de chaque nœud est projetée dans un plan xoz. Le maximum d'erreur absolue est de -281 dB. Calcul en double précision.

IV. CONCLUSION

Les modèles de câble développés au sein de la méthode FDTD-3D rend cette dernière très performante et attractive pour modéliser les problèmes de couplage sur des structures complexes. Les différents modèles de câble présentés ici apportent des perspectives d'applications insitu inédites d'autant que le temps de résolution numérique sur les modèles de câble est faible par rapport à la résolution des équations de Maxwell par FDTD. Nous avons dans un second temps souligné l'importance de la CTC et son implication dans l'extension du formalisme des fils obliques sur des maillages non-uniformes. La méthodologie analytique introduite ici pour la CTC peut en outre être appliquée sur d'autres types de maillage et en particulier pour la méthode FDTD conforme. D'autres perspectives sont aussi à l'étude telles que l'augmentation de la précision et le traitement des fils gros.

REMERCIEMENT

La première partie de cette étude a été en partie soutenue par un financement DGA et la seconde partie par l'ANR ASTRID CONFORME.

REFERENCES

- [1] C. Guiffaut, A. Reineix and B. Pecqueux, "New oblique thin wire formalism in the FDTD method with multiwire junction," IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. 60, no. 8, pp. 1458–1466, March 2012.
- [2] T. Ohtani, K. Taguchi, T. Kashiwa, Y. Kanai, J.B. Cole, "Nonstandard FDTD Method for Wideband Analysis," IEEE Trans. Antennas and Propag., vol. 57, no. 8, pp. 2386–2396, Aug. 2009.
- [3] T. Xiao, Q.H. Liu, "A 3-D Enlarged cell Technique (ECT) for the Conformal FDTD Method," IEEE Trans. Antennas Propagation, vol. 56, pp. 765–773, Mar. 2008.
- [4] Jian Wang; Wen-Yan Yin, "Development of a Novel FDTD (2, 4)-Compatible Conformal Scheme for Electromagnetic Computations of Complex Curved PEC Objects," IEEE Antennas and Propag., vol. 61, no. 1, pp. 299–309, Jan. 2013
- [5] S. J. Cooke, M. Botton, T. M. Antonsen Jr and B. Levush, "A leapfrog formulation of the 3-D ADI-FDTD algorithm," Int. J. Numer. Model. 2009; 22:187–200
- [6] C. Guiffaut, P. Boudy, N. Rouvrais, B. Ben M'Hamed, B. Pecqueux and A. Reineix, "New thin coated wire formalism for FDTD method," International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, September 12–16, 2011, Torino, Italy.
- [7] C. Guiffaut, A. Reineix et C. Guiffaut, "Extension du formalisme des fils obliques minces aux câbles blindés dans la méthode FDTD," CEM 2012 Rouen.
- [8] J.-P. Berenger, "A multiwire formalism for the FDTD method," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 42, no. 3, pp. 257–264, Aug. 2000.